Proszę rozwiązywać tylko zaległe zadania. Od 1 czerwca będą wystawiane oceny na koniec roku szkolnego. W czerwcu nie będzie już sprawdzianów na ocenę dobrą lub bardzo dobrą.

5. Reguła mnożenia i reguła dodawania

Reguły mnożenia i dodawania często przydają się podczas rozwiązywania wielu zadań z kombinatoryki.

Reguła mnożenia

Jeśli doświadczenie losowe polega na podjęciu kolejno dwóch decyzji, przy czym pierwszą z nich możemy podjąć na n sposobów, zaś drugą na k sposobów, to całą czynność możemy podjąć na $n \cdot k$ sposobów.

PRZYKŁAD 1

Ile jest wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych parzystych?

Rozwiązanie

I. sposób

Dzielimy doświadczenie losowe na decyzje.

I decyzja: wybór cyfry dziesiątek

Cyfrę dziesiątek możemy wybrać na 9 sposobów (oprócz cyfry zero, bo wtedy liczba nie byłaby dwucyfrowa).

II decyzja: wybór cyfry jedności

Cyfrę jedności możemy wybrać na 5 sposobów (ponieważ liczba ma być parzysta, to cyfrą jedności musi być jedna z cyfr: $\{0,2,4,6,8\}$.

Obliczamy liczbę wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych parzystych.

$5 \cdot 9 = 45$

II. sposób

	cyfra dziesiątek		cyfra jedności	
liczba sposobów:	9	$\cdot$	5	= 45

Odpowiedź: Wszystkich liczb naturalnych dwucyfrowych parzystych jest 45.

- Regułę mnożenia możemy rozszerzyć na doświadczenia losowe złożone z większej liczby etapów.

PRZYKŁAD 2

Pani Ewa ma 2 pary butów letnich, 4 spódnice i 7 bluzek. Na ile sposobów może się ubrać?

Rozwiązanie

Dzielimy doświadczenie losowe na decyzje.

I decyzja: wybór butów

Buty może wybrać na 2 sposoby.

II decyzja: wybór spódnicy

Spódnicę może wybrać na 4 sposoby.

III decyzja: wybór bluzki

Bluzkę może wybierać na 7 sposobów.

Obliczamy, na ile sposobów może ubrać się pani Ewa (jeśli nie dopasowuje kolorów ubrań i decyzje podejmuje niezależnie dla każdej części garderoby).

$2 \cdot 4 \cdot 7 = 56$

Odpowiedź: Może ubrać się na 56 sposobów.

Reguła dodawania

- Jeśli doświadczenie losowe polega na podjęciu jednej z dwóch decyzji, przy czym pierwszą z nich możemy podjąć na n sposobów, zaś drugą na k sposobów, to całą czynność możemy podjąć na $n + k$ sposobów.
- Regułę dodawania można również uogólnić na większą liczbę czynności.

PRZYKŁAD 3

Pan Karol ma: 3 pary spodni granatowych i 2 zielonych oraz 4 koszulki granatowe i 5 zielonych. Oblicz, na ile sposobów może się ubrać, jeżeli chce, aby spodnie i koszulka były w tym samym kolorze.

Rozwiązanie

Dzielimy doświadczenie losowe na decyzje.

I decyzja: wybór koloru granatowego

Wybiera jedną z trzech par granatowych spodni i jedną z czterech granatowych koszulek, zatem może ubrać się na $3 \cdot 4 = 12$ sposobów.

II decyzja: wybór koloru zielonego

Wybiera jedną z dwóch par zielonych spodni i jedną z pięciu zielonych koszulek, zatem może ubrać się na $2 \cdot 5 = 10$ sposobów.

Obliczamy, na ile sposobów może ubrać się pan Karol (jeśli ubierając się na granatowo, nie może jednocześnie ubrać się na zielono i odwrotnie).

$12 + 10 = 22$

Odpowiedź: Może ubrać się na 22 sposoby.

---

6. Prawdopodobieństwo zdarzeń

Klasyczna definicja prawdopodobieństwa

Jeśli Ω jest skończonym i niepustym zbiorem zdarzeń elementarnych jednakowo prawdopodobnych, zaś A zbiorem zdarzeń losowych zawierającym się w Ω, to prawdopodobieństwem zdarzenia A nazywamy liczbę $P(A)$ taką, że $P(A)=\frac{\overline{\overline{A}}}{\overline{\overline{\Omega}}}$, gdzie $\overline{\overline{A}}$ jest liczbą elementów zbioru A oraz $\overline{\overline{\Omega}}$ jest liczbą elementów zbioru Ω.

PRZYKŁAD 1

Oblicz prawdopodobieństwo otrzymania iloczynu oczek nie mniejszego niż 15 w dwukrotnym rzucie symetryczną kostką do gry.

Rozwiązanie

Określamy zbiór zdarzeń elementarnych Ω i jego moc.