

Proszę rozwiązać ćwiczenia ze zdjęć i zaległe zadania z poprzednich tygodni. Uczniom którzy nie wysyłają zadań grozi ocena niedostateczna lub nieklasyfikowanie na koniec roku szkolnego. Przypominam że w każdą środę o godzinie 12.00 będą zamieszczane zadania (dla chętnych) na ocenę dobrą lub bardzo dobrą. Od 1 czerwca możliwe są konsultacje indywidualne w szkole. Zapisy na konsultacje za pośrednictwem wychowawców klas.

12. Stożek

Stożek to bryła otrzymana przez obrót trójkąta prostokątnego wokół prostej zawierającej przyprostokątną tego trójkąta. Prosta tę nazywamy **osią stożka**.

Podstawą stożka jest koło. Punkt S na rysunku obok nazywamy **wierzchołkiem stożka**. Dowolny odcinek łączący wierzchołek stożka z brzegiem podstawy (np. odcinek SA) nazywamy **tworzącą stożka**. Odcinek łączący wierzchołek stożka ze środkiem podstawy (punkt O na rysunku, zwany też spodkiem wysokości stożka) nazywamy **wysokością stożka**.

Powierzchnią boczną stożka jest wycinek koła o promieniu równym tworzącej stożka.

Pole powierzchni bocznej stożka o promieniu podstawy r i tworzącej l wyraża się wzorem $P_b = \pi r l$.

Pole powierzchni całkowitej:

$$P_c = P_p + P_b = \pi r^2 + \pi r l.$$

Ćwiczenie 1

- Oblicz pole powierzchni całkowitej stożka, którego tworząca jest trzy razy dłuższa od promienia podstawy i ma długość równą 15 cm.
- Pole powierzchni całkowitej stożka jest równe $12\pi \text{ cm}^2$. Tworząca stożka jest dwa razy dłuższa od promienia podstawy. Oblicz długość promienia podstawy stożka.

PRZYKŁAD 1

Na rysunku obok przedstawiono wycinek koła będący powierzchnią boczną pewnego stożka. Oblicz promień podstawy r tego stożka.

Długość łuku L (kolor czerwony na rysunku obok) jest równa:

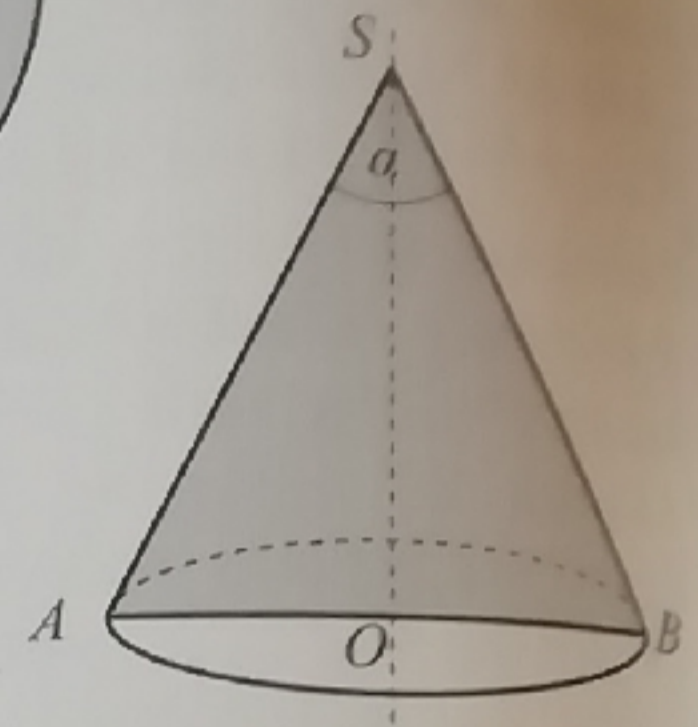
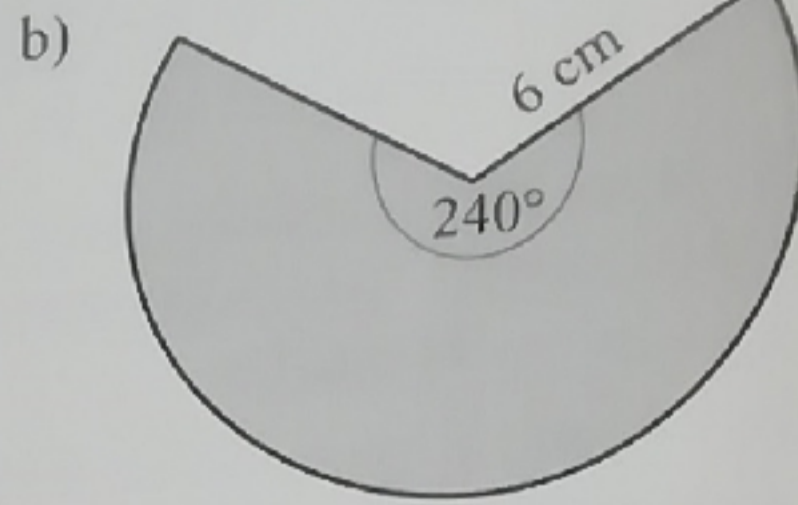
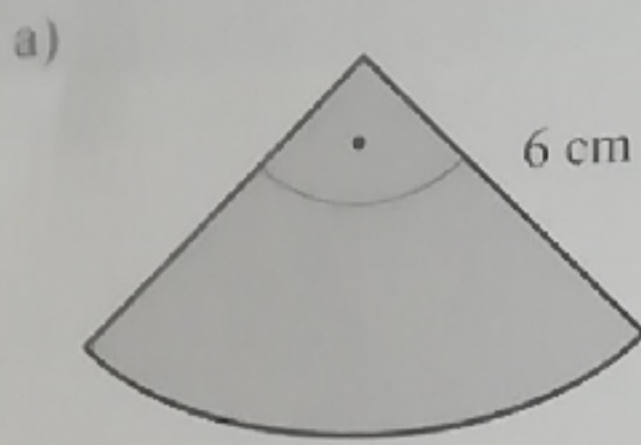
$$L = \frac{120}{360} \cdot 2\pi \cdot 6 = \frac{1}{3} \cdot 12\pi = 4\pi \text{ [cm]}.$$

Ponieważ $L = 2\pi r$, więc $r = \frac{L}{2\pi} = \frac{4\pi}{2\pi} = 2 \text{ [cm]}.$

159

Ćwiczenie 2

Oblicz promień podstawy i pole powierzchni całkowitej stożka, którego powierzchnia boczną jest wycinek koła przedstawiony poniżej.

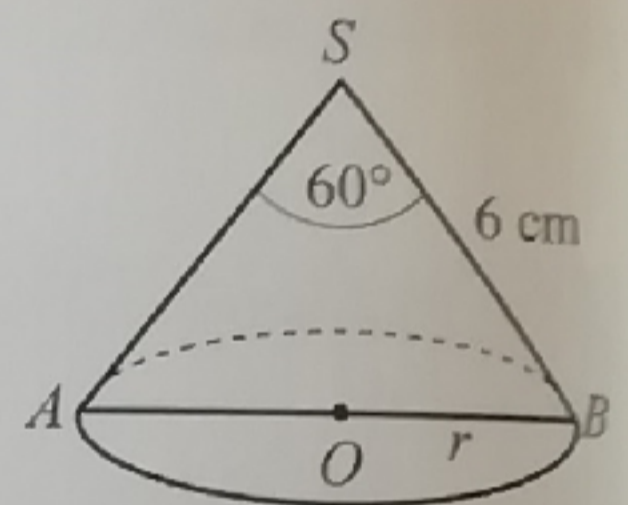


Przekrojem osiowym stożka nazywamy przekrój stożka płaszczyzną zawierającą jego oś. Przekrój osiowy stożka jest trójkątem równoramiennym. Kąt między ramionami tego trójkąta nazywamy **kątem rozwarcia stożka** (kąt α na rysunku).

PRZYKŁAD 2

Kąt rozwarcia stożka jest równy 60° , a jego tworząca ma 6 cm. Oblicz pole podstawy tego stożka.

Przekrój osiowy tego stożka jest trójkątem równobocznym (rysunek obok) o boku 6 cm. Promień podstawy stożka: $r = 3$ cm, zatem pole podstawy $P_p = \pi r^2 = 9\pi$ [cm²].

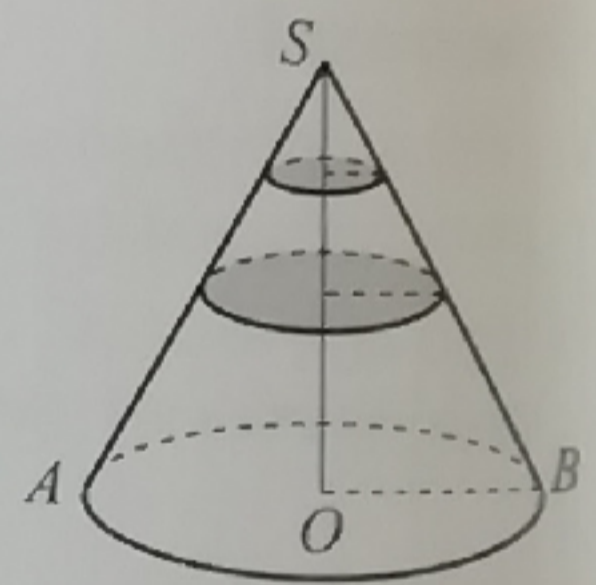


Ćwiczenie 3

- a) Wyznacz kąt rozwarcia stożka, którego tworząca ma 10 cm, a pole podstawy jest równe 25π cm².
- b) Oblicz pole podstawy stożka o kącie rozwarcia 90° i wysokości równej 4 cm.

Przekrój stożka płaszczyzną równoległą do podstawy nazywamy **przekrojem poprzecznym**.

Przekrój poprzeczny stożka jest kołem o promieniu tym mniejszym, im bardziej płaszczyzna przekroju oddalona jest od podstawy stożka.



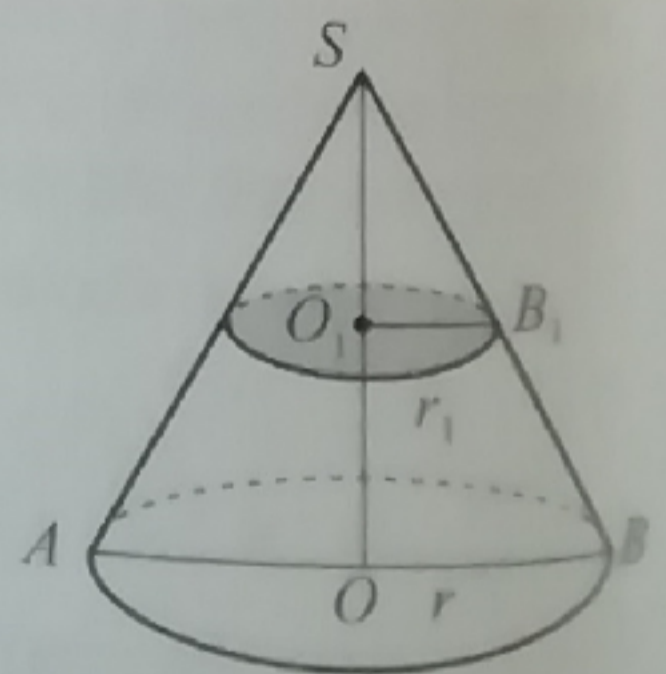
PRZYKŁAD 3

Podstawa stożka jest kołem o polu równym 16π cm². Oblicz pole przekroju poprzecznego tego stożka płaszczyzną przecinającą jego wysokość w połowie.

Promień podstawy stożka (patrz rysunek obok) $r = 4$ cm.

Opisany przekrój poprzeczny jest kołem o promieniu r_1 . Ponieważ trójkąty O_1B_1S i OBS są podobne (skala podobieństwa 1:2),

to $\frac{r_1}{r} = \frac{1}{2}$, zatem $r_1 = 2$ cm. Pole przekroju $P = \pi r_1^2 = 4\pi$ [cm²].



Ćwiczenie 4

Promień podstawy stożka jest równy 6 cm, a jego wysokość 12 cm. Wierzchołkiem stożka jest punkt S . Stożek przecięto płaszczyzną równoległą do podstawy, przecinającą jego wysokość w punkcie O_1 . Wykonaj odpowiedni rysunek i oblicz pole przekroju, jeśli:

a) $|O_1S| = 3$ cm,

b) $|O_1S| = 2$ cm,

c) $|O_1S| = 4$ cm.

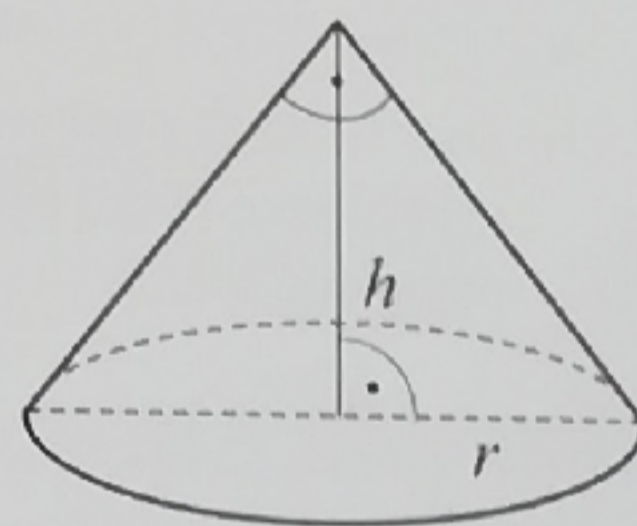
Objętość stożka o promieniu podstawy r i wysokości h wyraża się wzorem:

$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot h = \frac{1}{3} \pi r^2 h.$$

PRZYKŁAD 4

Oblicz objętość stożka, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym o przyprostokątnych równych $6\sqrt{2}$ cm. Ponieważ przekrój osiowy jest połową kwadratu o boku równym $6\sqrt{2}$ cm, więc $h = r = 6$ cm,

$$\text{zatem } V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 6 = 72\pi \text{ [cm}^3\text{]}.$$



Ćwiczenie 5

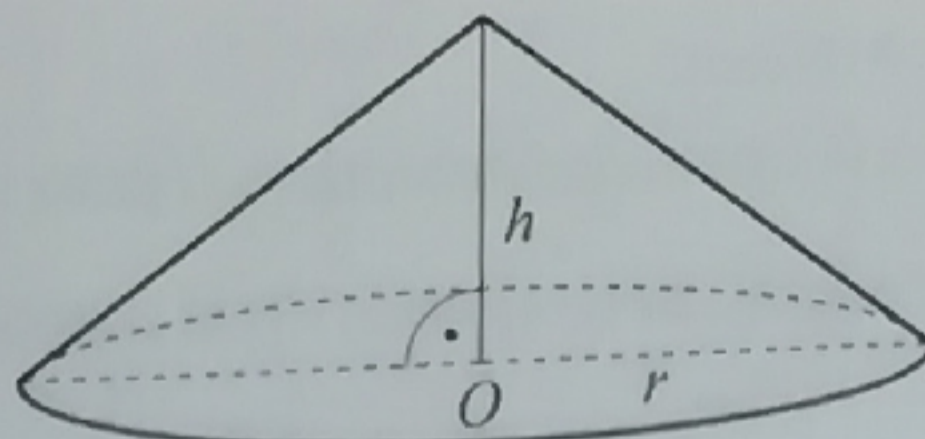
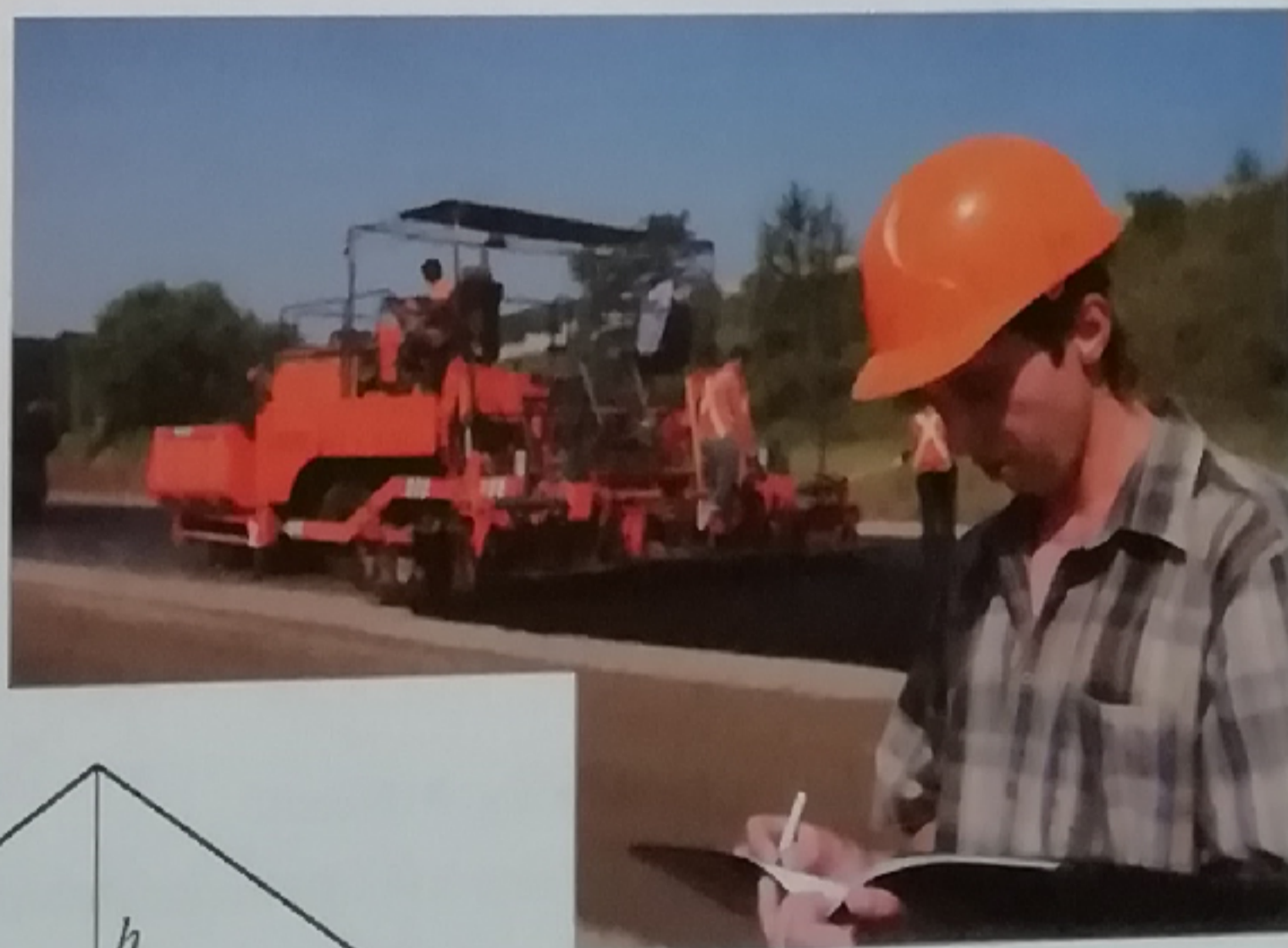
- Oblicz objętość stożka, którego przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym o przeciwprostokątnej równej $4\sqrt{2}$ cm.
- Oblicz objętość stożka, którego przekrój osiowy jest trójkątem równobocznym o boku 6 cm.

ZADANIA

1. Piasek potrzebny do budowy drogi ekspresowej usypano w kopiec. Kopiec ma kształt stożka o promieniu podstawy r i wysokości h . Oblicz, ile metrów sześciennych piasku znajduje się w tym kopcu. Do obliczeń przyjmij π równe 3.

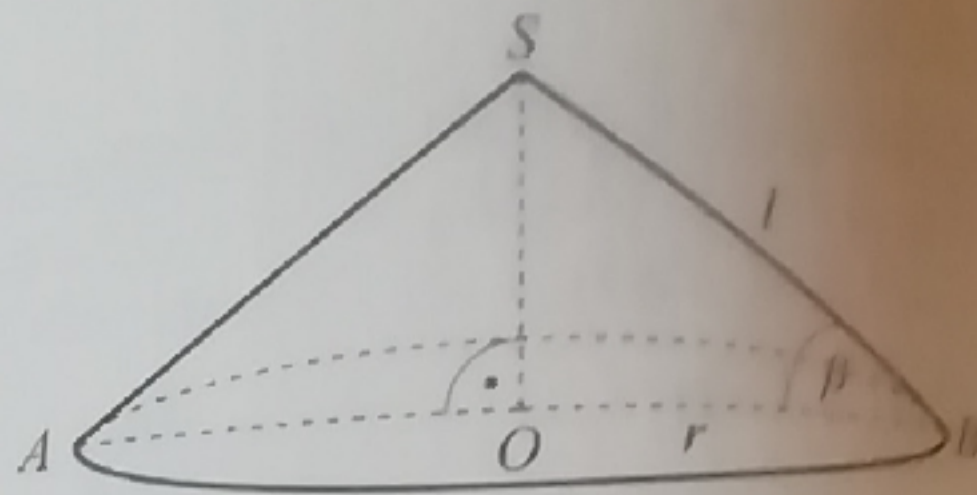
a) $r = 5$ m, $h = 4$ m

b) $r = 2,5$ m, $h = 2$ m



2. Kąt między tworzącą stożka a jego podstawą jest równy β (rysunek obok). Oblicz objętość tego stożka, jeśli:

- a) $\operatorname{tg} \beta = 0,4$; $r = 10$ cm,
 b) $\sin \beta = 0,6$; $l = 15$ cm.

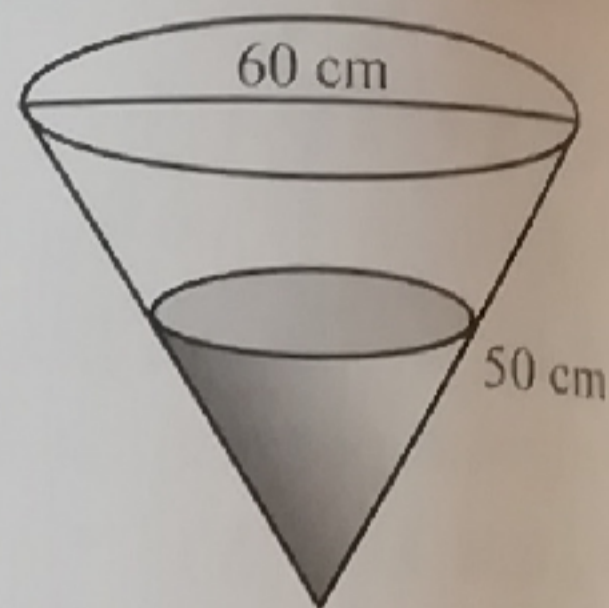


3. Oblicz kąt między tworzącą i podstawą stożka, jeśli:

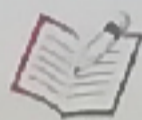
- a) jego objętość jest równa π cm³, a promień podstawy $r = \sqrt{3}$ cm,
 b) jego objętość jest równa 72π cm³, a wysokość $h = 6$ cm.

4. Poziom wody w zbiorniku w kształcie stożka sięga połowy jego wysokości (rysunek obok).

- a) Oblicz objętość wody w zbiorniku.
 b) Do zbiornika wlewamy wodę z szybkością 25 cm³/s. Po ilu minutach zbiornik będzie pełny (do obliczeń przyjmij $\pi \approx 3$)?

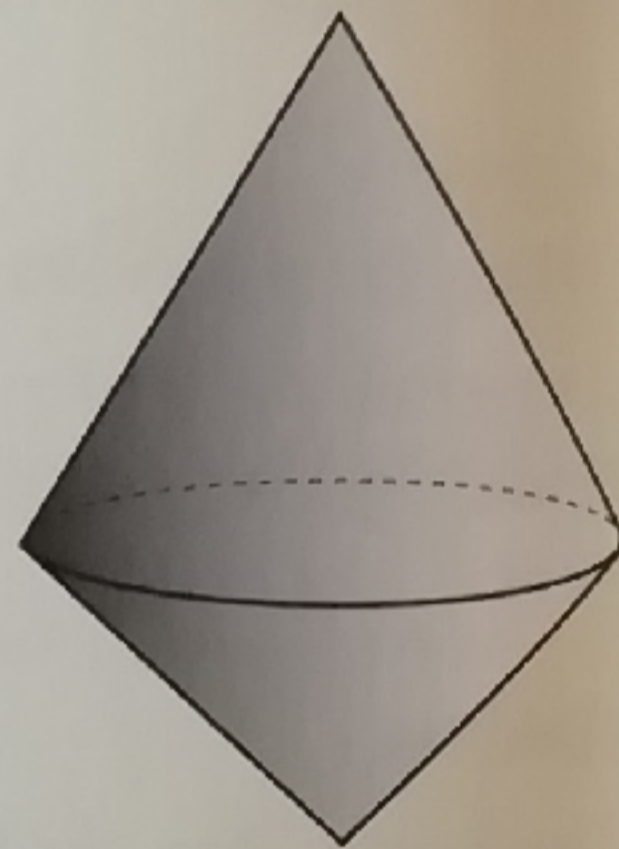


SPRAWDŹ, CZY POTRAFISZ



5. Dwa stożki mają identyczne podstawy o polu 16π cm². Wysokość jednego ze stożków wynosi 3 cm, a drugiego 6 cm. Stożki te złączono podstawami i otrzymano bryłę taką, jak przedstawiona na rysunku obok. Wskaż zdania prawdziwe.

- I. Objętość tej bryły jest równa 48π cm³.
 II. Przekrój osiowy tej bryły jest prostokątem.
 III. Pole przekroju osiowego tej bryły jest równe 40 cm².
6. Pole podstawy stożka jest równe 27π cm², a jego objętość 27π cm³. Kąt między tworzącą stożka a jego podstawą jest równy



- A. 27° B. 30° C. 45° D. 60°

POWTÓRZENIE

1. Powierzchnią boczną stożka jest wycinek koła o kącie α i promieniu 12 cm. Oblicz pole podstawy tego stożka, jeśli:

- a) $\alpha = 60^\circ$, b) $\alpha = 180^\circ$, c) $\alpha = 270^\circ$.

2. Oblicz objętość stożka, którego:

- a) przekrój osiowy jest trójkątem prostokątnym o polu równym 49 cm²,
 b) przekrój osiowy jest trójkątem równobocznym o polu równym $16\sqrt{3}$ cm².