

Proszę przeczytać teorie i przykłady ze zdjęć. Proszę przysłać zaległe zadania z ubiegłych tygodni ponieważ od 1 czerwca zacznę wystawiać oceny na koniec roku szkolnego.

6. Funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$

O dwóch wielkościach mówimy, że są **odwrotnie proporcjonalne**, jeśli wraz ze wzrostem jednej druga maleje tyle samo razy.

- ↘ Związek między dwiema wielkościami, których iloczyn jest stały, nazywamy **proporcjonalnością odwrotną** i zapisujemy w postaci $x \cdot y = a$, gdzie $a > 0$ i $x \in R_+$. Liczba a to współczynnik proporcjonalności.

↓ PRZYKŁAD 26

Kierowca rajdowy jadący ze średnią prędkością 111 km/h pokonuje pewną drogę w czasie 2 godzin i 20 minut. W jakim czasie przemierzy tę trasę motorowerzysta, osiągając prędkość 32 km/h? Z jaką prędkością należałoby poruszać się, aby tę drogę przebyć w czasie 4 godzin?

Rozwiązanie

Obliczamy drogę, korzystając ze wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = v \cdot t$$

$$s = 111 \cdot 2\frac{2}{3}$$

$$s = 296 \text{ km}$$

Obliczamy czas jazdy motorowerzysty.

$$t = \frac{s}{v} \quad t = \frac{296}{32} \quad t = 9,25 \text{ h}$$

Odpowiedź: Motorowerzysta przemierzy trasę w 9 godzin i 15 minut.

Obliczamy prędkość, gdy czas przejazdu wynosiłby 4 godziny.

$$v = \frac{s}{t} \quad v = \frac{296}{4} \quad v = 74 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Odpowiedź: Należałoby poruszać się z prędkością $74 \frac{\text{km}}{\text{h}}$.

Funkcję określoną wzorem $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$, gdzie $ad-bc \neq 0$ i $c \neq 0$, nazywamy

funkcją homograficzną.

↳ Szczególnym przypadkiem funkcji homograficznej jest funkcja $f(x) = \frac{a}{x}$ określona dla $x \in \mathbb{R} - \{0\}$.

↳ Wykresem funkcji $f(x) = \frac{a}{x}$, gdzie $a \neq 0$, jest krzywa zwana hiperbolą. Każdą z dwu części hiperboli nazywamy jej gałęzią.

↓ PRZYKŁAD 27

Sporządź odpowiednią tabelę, naszkicuj wykres funkcji f i omów jej własności.

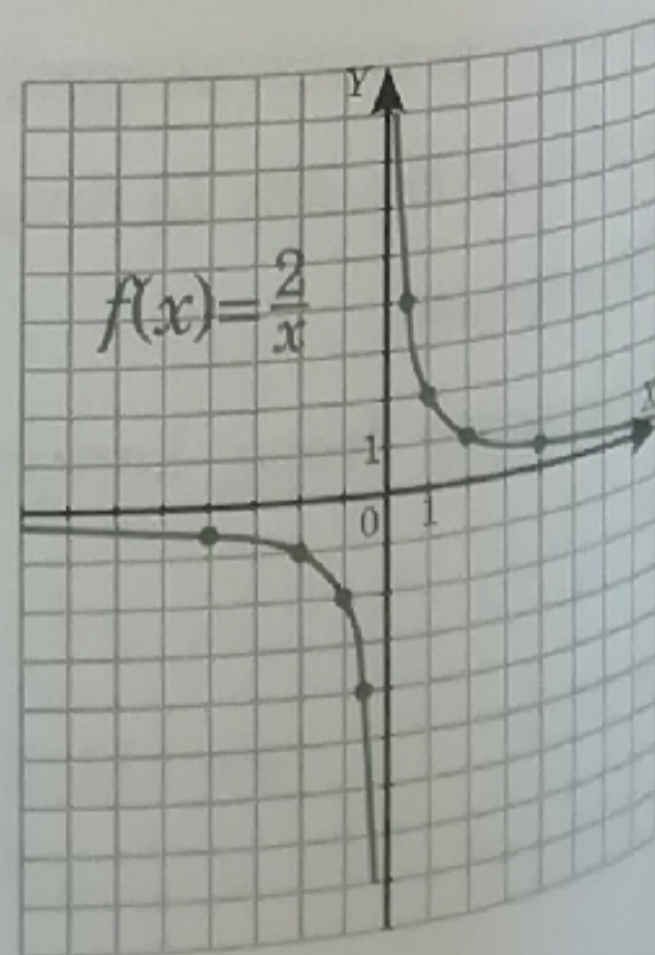
a) $f(x) = \frac{2}{x}$, b) $f(x) = -\frac{3}{x}$

Rozwiązanie

a) Sporządzamy tabelę.

| | | | | | | |
|--------|----------------|----|----|---|---|---------------|
| x | -4 | -2 | -1 | 1 | 2 | 4 |
| $f(x)$ | $-\frac{1}{2}$ | -1 | -2 | 2 | 1 | $\frac{1}{2}$ |

Szkicujemy wykres.



Omawiamy własności.

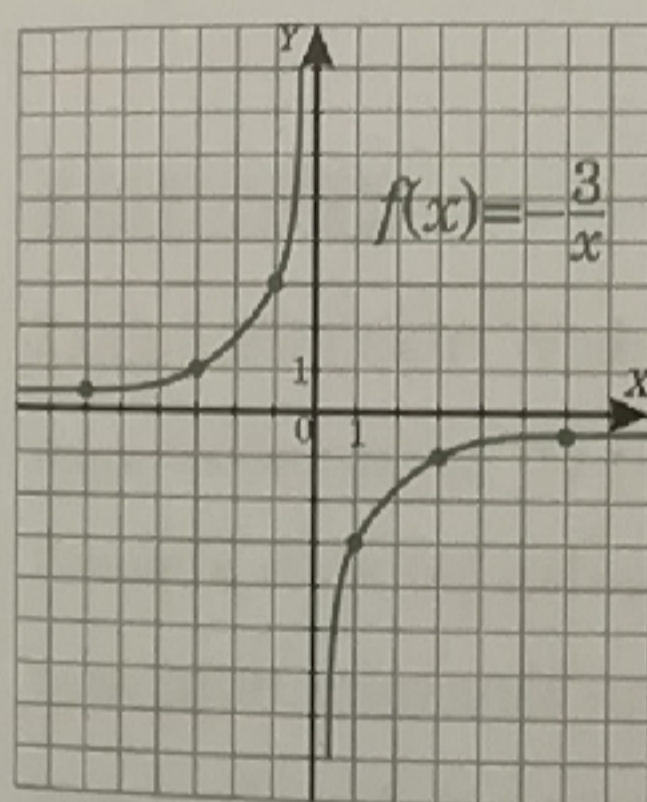
Dla $x < 0$ funkcja f przyjmuje wartości ujemne, zaś dla $x > 0$ – przyjmuje wartości dodatnie. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

Funkcja f jest malejąca w przedziałach $(-\infty, 0)$ i $(0, \infty)$, ale nie jest malejąca w swojej dziedzinie.

b) Sporządzamy tabelę.

| | | | | | | |
|--------|---------------|----|----|----|----|----------------|
| x | -6 | -3 | -1 | 1 | 3 | 6 |
| $f(x)$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 3 | -3 | -1 | $-\frac{1}{2}$ |

Szkicujemy wykres.



Omawiamy własności.

Dla $x < 0$ funkcja f przyjmuje wartości dodatnie, zaś dla $x > 0$ – przyjmuje wartości ujemne. Funkcja f nie ma miejsc zerowych.

Funkcja f jest rosnąca w przedziałach $(-\infty, 0)$ i $(0, \infty)$, ale nie jest rosnąca w swojej dziedzinie.