

Proszę rozwiązywać tylko zaległe zadania. Od 1 czerwca będą wystawiane oceny na koniec roku szkolnego. W czerwcu nie będzie już sprawdzianów na ocenę dobrą lub bardzo dobrą.

1. Średnia arytmetyczna i średnia ważona zestawu danych

Ze średnią arytmetyczną najczęściej spotykamy się w szkole podczas obliczania średniej oceny semestralnej ucznia. Średnią arytmetyczną dla kilku wielkości oblicza się, dzieląc sumę wartości danych przez liczbę danych.

↳ Średnia arytmetyczna liczb x_1, x_2, \dots, x_n to liczba \bar{x} obliczona ze wzoru:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

↓ PRZYKŁAD 1

Jaką średnią ocen uzyskał Paweł, jeśli na świadectwie miał jedną ocenę celującą, trzy oceny bardzo dobre, sześć ocen dobrych, cztery oceny dostateczne i jedną ocenę dopuszczającą?

Rozwiązanie

Obliczamy średnią ocen.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2}{1 + 3 + 6 + 4 + 1} = \frac{59}{15} \approx 3,9$$

Odpowiedź: Średnia ocen Pawła wyniosła 3,9.

↓ PRZYKŁAD 2

Średnia wieku 15 pracowników pewnej firmy wynosi 36 lat. Gdy przyjęto nowego pracownika, średnia wieku pracowników zmniejszyła się o rok. Ile lat ma nowy pracownik?

Rozwiązanie

Wprowadzamy oznaczenie x – wiek nowego pracownika.

Układamy równanie i rozwiązujemy je.

$$\frac{15 \cdot 36 + x}{16} = 35 \quad x = 20$$

Odpowiedź: Nowy pracownik ma 20 lat.

Gdy obliczamy średnią arytmetyczną liczb, wszystkie te liczby traktujemy jednakowo. Czasami jednak do niektórych danych przywiązujemy wagę i chcemy to uwzględnić przy obliczaniu średniej wartości. Ten rodzaj średniej kilku danych, w którym nie każda wielkość jest jednakowo ważna, nazywamy **średnią ważoną**.

↳ Czynniki, które opisują znaczenie, jakie chcemy nadać poszczególnym wielkościom, to **wagi** średniej ważonej.

↳ Średnia ważona liczb x_1, x_2, \dots, x_n z wagami odpowiednio a_1, a_2, \dots, a_n (gdzie a_1, a_2, \dots, a_n oznaczają liczby dodatnie) to liczba \bar{x}_w obliczana ze

wzoru:

$$\bar{x}_w = \frac{x_1 \cdot a_1 + x_2 \cdot a_2 + \dots + x_n \cdot a_n}{a_1 + a_2 + \dots + a_n}.$$

↳ Gdy wszystkie wagi są równe, średnia ważona jest równa średniej arytmetycznej.

↓ PRZYKŁAD 3

Oblicz średnią ważoną danych z tabeli. Wynik podaj z dokładnością do części setnych.

wartość danej	2	4	6	8	10
waga	7	5	4	2	3

Rozwiązanie

Obliczamy średnią ważoną.

$$\bar{x}_w = \frac{2 \cdot 7 + 4 \cdot 5 + 6 \cdot 4 + 8 \cdot 2 + 10 \cdot 3}{7 + 5 + 4 + 2 + 3} = \frac{104}{21} \approx 4,95$$

Odpowiedź: Średnia ważona wynosi około 4,95.

↓ PRZYKŁAD 4

Plantator 25% zbioru jabłek sprzedał po 4 zł za kilogram, 50% po 2,50 zł za kilogram, 15% po 1 zł za kilogram i 10% po 0,80 zł za kilogram. Oblicz, jaką średnią cenę uzyskał za jeden kilogram jabłek.

Rozwiązanie

Średnia cena jednego kilograma jabłek to średnia ważona.

$$\bar{x}_w = \frac{0,25 \cdot 4 + 0,5 \cdot 2,5 + 0,15 \cdot 1 + 0,1 \cdot 0,8}{0,25 + 0,5 + 0,15 + 0,1} = 2,48$$

Odpowiedź: Plantator uzyskał 2,48 zł za jeden kilogram jabłek.

2. Mediana zestawu danych

Mediana to środkowy wynik w danym zbiorze uporządkowanym niemalejąco.

- ✎ Jeżeli mamy wyznaczyć medianę danego zbioru liczb, to musimy najpierw wypisać te liczby w kolejności od najmniejszej do największej, a następnie wybrać liczbę środkową (w przypadku gdy mamy nieparzystą liczbę elementów w zbiorze).
- ✎ Jeżeli mamy parzystą liczbę elementów w zbiorze, to mediana jest równa średniej arytmetycznej dwóch środkowych liczb.

↓ PRZYKŁAD 1

Wyznacz medianę liczb.

a) 25, 7, 3, 5, 4, 7, 1

b) 2, 8, 6, 2, 2, 4

Rozwiązanie

a) Wypisujemy liczby w kolejności niemalejącej: 1, 3, 4, 5, 7, 7, 25.

Wszystkich liczb jest łącznie 7, środkową będzie liczba na czwartym miejscu, czyli 5.

Odpowiedź: Mediana jest równa 5.

b) Wypisujemy liczby w kolejności niemalejącej: 2, 2, 2, 4, 6, 8.

Wszystkich liczb jest łącznie 6 (liczba parzysta), zatem mamy dwie środkowe liczby: na trzecim i na czwartym miejscu, czyli 2 i 4.

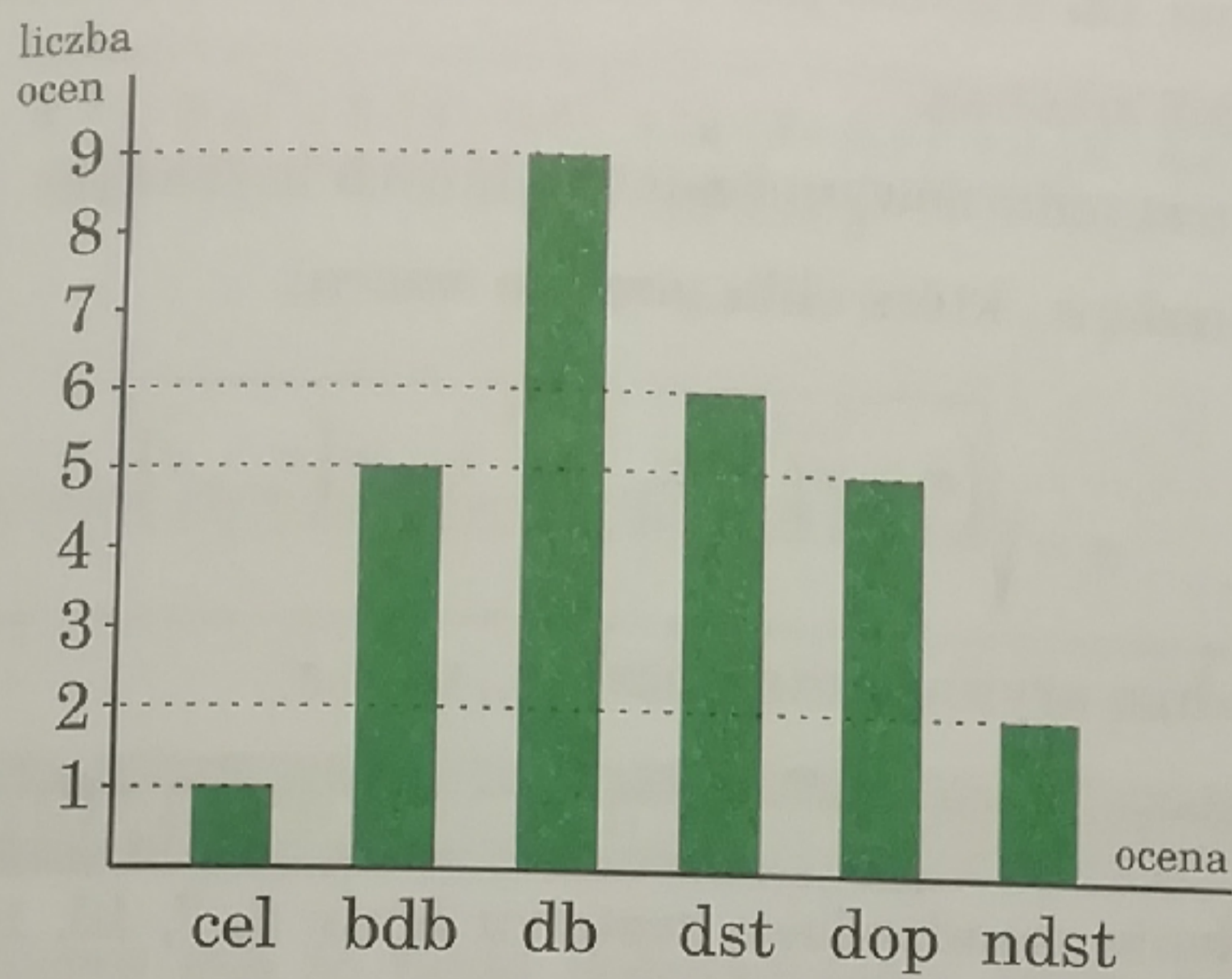
Obliczamy średnią arytmetyczną liczb 2 i 4.

$$(2 + 4) : 2 = 3$$

Odpowiedź: Mediana wynosi 3.

PRZYKŁAD 2

Wyniki sprawdzianu z matematyki przedstawione są na diagramie.



Wyznacz medianę ocen uzyskanych przez uczniów.

Rozwiązanie

Wszystkich ocen jest łącznie 28 (liczba parzysta), zatem dwie środkowe to liczby stojące na trzynastym i na czternastym miejscu, licząc od oceny niedostatecznej, czyli 3 i 4.

Obliczamy średnią arytmetyczną liczb 3 i 4.

$$(3 + 4) : 2 = 3,5$$

Odpowiedź: Mediana wynosi 3,5.